

IV кръг, 12 юли 2016 г., х. Бузлуджа, теоретичен тур

*Старша възраст – решения*

**1 задача. Двойната звезда 32 Comae.** Системата 32 Comae Berenices се състои от две звезди от спектрален клас F5V. Всяка от тях е със звездна величина 5.22<sup>m</sup>. Орбиталният период на системата е 26 години, а паралаксът е 0.057". Ексцентрицитетът на орбитите на звездите е 0.37. Големите оси на орбитите лежат на права линия, насочена по зрителния лъч за земния наблюдател.

- Да се определи максималният ъгъл на наклона на големите оси на орбитите на звездите към зрителния лъч, при който биха се наблюдавали затъмнения.
- Да се определи продължителността на централните затъмнения на двете звезди.

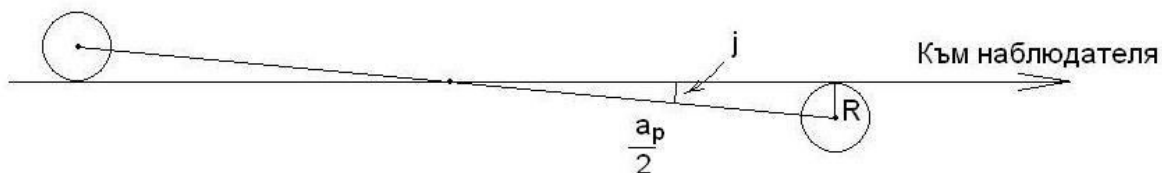
**Решение:**

Наклонът на равнината на обитата на двойната звезда  $i$  е равен на наклона  $j$  на големите оси на орбитите на двете звезди относно лъча на зрение. Нека  $j$  е ъгълът, относно лъча на зрение, при който започват затъмненията в системата. При зададен размер на звездите затъмненията ще започват толкова по-рано, колкото по-близо са звездите. Следователно, ако намаляваме ъгъла на наклона, първо затъмненията ще започнат когато звездите се намират в периастръра на орбитата. При работа с относителната орбита на системата затъмненията ще започнат, когато звездата, която се движи около звездата, приета за неподвижна, се намира в периастръра на орбитата. Разстоянието между звездите в периастръра може да се получи от формулата:

$$a_p = a(1 - e)$$

От Фиг. 1 се вижда, че:

$$j_p [\text{rad}] = \frac{R}{a_p/2}$$
$$j_p = \frac{R}{a_p/2} \cdot 205265''$$



Фиг. 1

където  $a_p$  е големата полуос на относителната орбита на двойната система.

За да пресметнем наклона, трябва да определим  $R$  и  $a_p$ . От дадената таблица с астрофизичните величини на звездите вземаме значенията на радиусите и масите на звездите от спектрален клас F5V, изразени в слънчеви радиуси и слънчеви маси:

$$R = 1.3R_S ; M = 1.4 M_S$$

От кратката форма на третия закона на Кеплер, в който голямата полуос е изразена в астрономически единици, периода – в земни години, а масите – в слънчеви маси, намираме голямата полуос на относителната орбита на двойната звезда, изразена в астрономически единици:

$$\frac{a^3}{T^2} = 2 \times 1.4$$

$$\frac{a}{2} = \sqrt[3]{1.4 \cdot T^2} = 9.818 AU = 1.469 \cdot 10^9 km$$

$$a = 2.938 \cdot 10^9 km$$

За ъгъла на наклона получаваме:

$$j_p [rad] = \frac{R}{a_p/2} = \frac{2R}{a(1-e)} = 9.78 \cdot 10^{-4} rad$$

$$j_p = j_p [rad] \cdot 206265 = 202'' \approx 3'.4$$

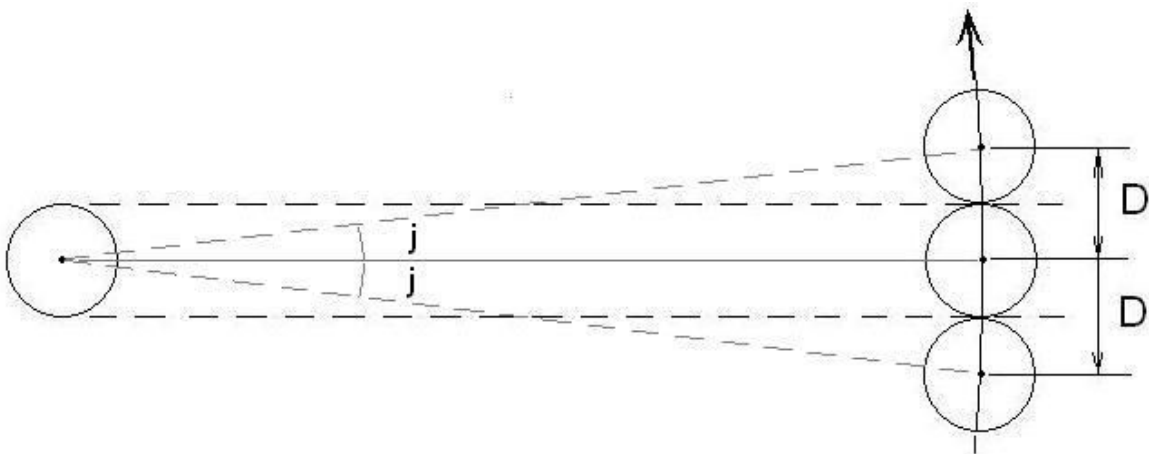
За да определим продължителността на централните затъмнения, трябва да знаем относителната скорост на движение на звездите по орбитата, в момента когато звездите са в периастръра или в апоастръра на своята орбита. Следователно трябва да намерим скоростите в тези две точки от орбитата на звездата. Знаем, че скоростите в перицентъра и апоцентъра на една система с ексцентрицитет  $e$  са равни съответно на:

$$v_p = v_0 \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} ; \quad v_a = v_0 \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

където  $v_0 = 2\pi a / T$  е кръговата скорост по относителната орбита, с радиус равен на голямата полуос на системата. Пресмятаме и получаваме:

$$v_p = 33.22 km/s ; \quad v_a = 15.28 km/s$$

Това е относителната скорост на звездите за наблюдател, намиращ се на продължението на апсидната линия на системата. Поради това, че размерите на двете компоненти са еднакви, затъмнението продължава докато едната звезда, преминаваща пред другата, измине два пъти своя диаметър. При това апсидната линия се завърта на ъгъл  $\phi = 2j$ .



Когато звездите са в периастръра, получаваме:

$$\varphi_p = 2j_p = \frac{2D}{a_p} = \frac{2D}{a(1-e)} = 1.96 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

Изразяваме ъгловата скорост чрез линейната:

$$\omega_p = \frac{v_p}{a_p} = \frac{\varphi_p}{\Delta t_p} = \frac{2j_p}{\Delta t_p}$$

За продължителността на затъмнението, когато звездите преминават през периастръра получаваме:

$$\Delta t_p = \frac{2j_p}{\omega_p} = \frac{2j_p a_p}{v_p} = \frac{2j_p a(1-e)}{v_p} = 108984^s \approx 1^d.26$$

Аналогично, за апоастъра получаваме:

$$\varphi_a = 2j_a = \frac{2D}{a_a} = 6.917 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\Delta t_a = \frac{2j_a}{\omega_a} = \frac{2j_a a_a}{v_a} = \frac{2j_p a(1+e)}{v_a} = 182200^s = 2^d.11$$

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

*За правилна постановка и чертеж – 2 т.*

*За определяне на радиуса и масата на звездите от таблицата – 1 т.*

*За определяне на голямата полуос – 2 т.*

*За определяне на ъгъла на наклона и правилен числен резултат за периастръра и апоастъра – 3 т.*

*За правилен подход при определяне на продължителността на затъмнението и чертеж – 2 т.*

*За определяне на скоростите на звездите – 2 т.*

*За определяне на продължителността на затъмненията и правилен числен резултат за двата случая – 3 т.*

**2 задача. Лъчева скорост.** Във високoplanинска наблюдателна база над град Сопот астрономът Мирослав Мойсеев провежда спектрални изследвания на затъмнително двойна променлива звезда. На фигурата е показана графиката на изменение на лъчевата скорост на главната компонента в двойната система. Тя представлява ярка гореща звезда от спектрален клас В0Ш, която се върти около своята ос с висока скорост. Ефектът от това околоосно въртене е отразен върху графиката. Той се проявява чрез рязко отместване на спектралните линии по време на частичните фази на затъмнението на главната компонента от вторичната, доста по-слаба компонента.

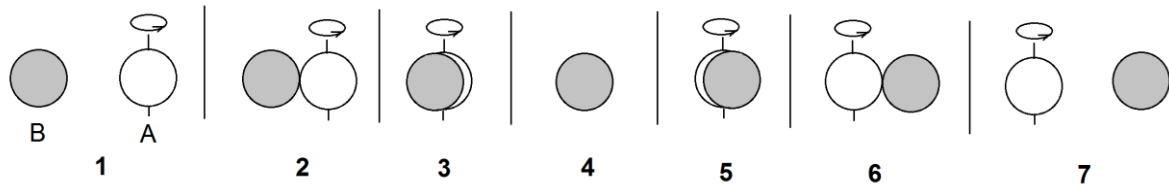
- Разгледайте внимателно графиката и определете дали посоката на околоосно въртене на главната компонента съвпада с посоката на нейното орбитално движение около центъра на масите на системата или не. Обяснете вашето заключение.

- Определете интервала от време между два изгрева на вторичната компонента за наблюдател на повърхността на главната компонента в тази двойна звездна система.

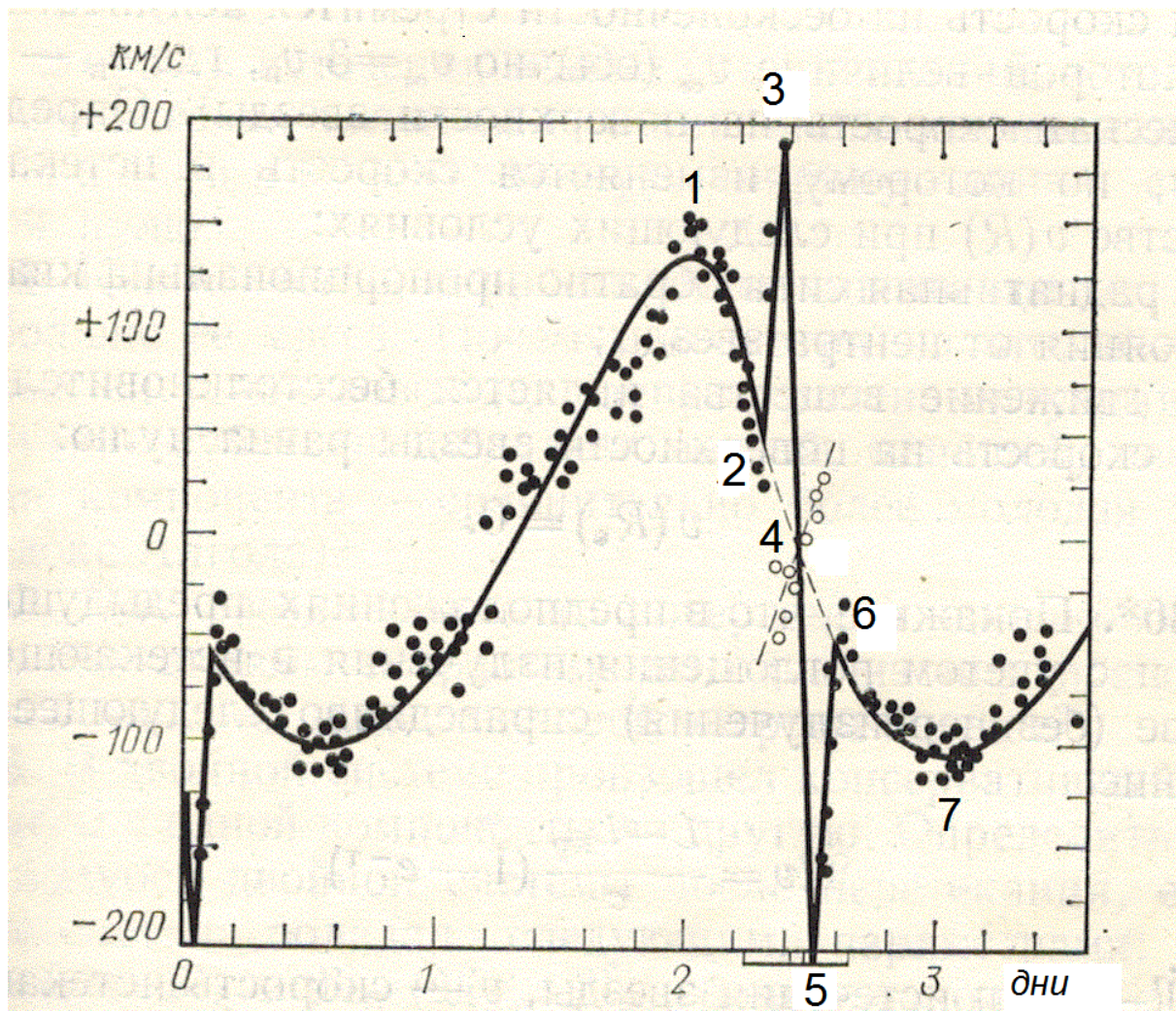
**Решение:**

Обозначаваме с А ярката главна компонента, а с В – по-слабата по блясък компонента. Предполагаме, че околоосното въртене на компонентата А е в същата посока, в каквата е и орбиталното движение на звездите. На следващата фигура са

представени последователни положения на двете звезди, както биха изглеждали за земния наблюдател.



В положение 1 при орбиталното си движение компонентата В се отдалечава от нас, а главната компонента А се приближава към нас и има максимална положителна лъчева скорост. Този момент съответства на точката, означена с 1 на графиката. В момента 2 започва затъмнението на главната компонента от вторичната. Лъчевите скорости на двете звезди са почти нулеви. Този момент съответства на точка 2 на графиката. От този момент нататък звездата В започва да скрива онези части от видимата страна на звездата А, които се приближават към нас при нейното околоосно въртене. Наблюдаваният спектър се променя, като спектралните линии се отместват отново към червения край на спектъра. Този ефект достига максималната си сила в положение 3, когато само малка част от звездата А остава незакрита от звездата В. В тази част на звездата А лъчевата скорост, породена от околоосното въртене, е максимална. След това настъпва пълно (или с максимална фаза, според размерите на звездите) затъмнение – положение 4. В следващия момент 5 се открива малка част от другата страна на ярката звезда А, която поради околоосното въртене има максимална по абсолютна стойност отрицателна лъчева скорост. Моментите 4 и 5 също са отразени на графиката на лъчевата скорост. После затъмнението свършва в момент 6, а в момент 7 звездата В се движи в посока към нас с максимална лъчева скорост.



Тъй като обяснението, което изложихме, се съгласува напълно с графиката на лъчевата скорост, то с него можем да считаме за доказано, че звездата А се върти около оста си в същата посока, в каквата се движи по орбитата си. Ако беше обратно, то след точка 2 кривата на лъчевата скорост щеше да тръгва рязко надолу, а след максималната фаза на затъмнението щеше да тръгва рязко нагоре.

На графиката лъчевите скорости в моментите 3 и 5 са приблизително равни по абсолютна стойност на линейната скорост  $v_E$  на точки от екватора на звездата А при нейното околоосно въртене. Нека определим тази скорост. Измерваме по кривата и намираме амплитудата на изменение на лъчевата скорост между моментите 3 и 5. После разделяме тази амплитуда на две. Получаваме:

$$v_E \approx 200 \text{ км/сек.}$$

Сега можем да намерим периода  $P$  на околоосно въртене на звездата. От таблицата с астрофизическите характеристики намираме, че звезда от спектрален клас В0 и III клас светимост (гигант) има радиус  $R = 15$  слънчеви радиуса. Тогава:

$$P = \frac{2\pi R}{v_E}$$

$$P \approx 3 \times 10^6 \text{ sec} \approx 91.6 \text{ h} \approx 3.82 \text{ денонощия}$$

Да разгледаме участъците от кривата, отразяващи изменението на лъчевата скорост, свързано с орбиталното движение на системата. Те не представляват части от синусоида, но са близки до този профил. Орбиталното движение на компонентите А и

В не е кръгово, но е близко до кръгово. По диаграмата определяме орбиталния период на системата и той е  $T = 2.5$  денонощия.

Виждаме, че периодът на околоосно въртене на главната компонента А е по-дълъг от периода на орбитално движение. Това означава, че за наблюдател на „повърхността“ на главната компонента другата звезда ще изгрява от запад и ще залязва на изток. За интервала от време между два изгрева  $T_S$  можем да напишем:

$$\frac{1}{T_S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{T}$$

$$T_S = \frac{TP}{T - P}$$

$$T_S \approx -7.26 \text{ денонощия}$$

Знакът минус сеполучава заради обратната посока на видимото движение на звездата В за наблюдател, намиращ се на повърхността на звездата А.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

*За обяснение на ефекта на околоосно въртене главната компонента в графиката на лъчевата скорост – 4 т.*

*За разсъждение и правилно заключение относно посоката на въртене – 3 т.*

*За правилен математически метод за определяне на периода  $T_S$  – 3 т.*

*За измерване и числено пресмятане – 3 т.*

*За верен краен резултат – 1 т.*

*За отбелязване на факта, че видимото движение на звездата В ще бъде в обратна посока – 1 т.*

**3 задача. Метеорна фотография.** Известният астрофотограф Калина Стоименова е заснела метеор от потока Персеиди, който е прелетял през зенита. Снимката е направена с продължителна експонация. Фотоапаратът е бил неподвижен. Фокусното разстояние на неговия обектив е 50 мм, цифровата матрица е с формат 3000×2000 пиксела и диагонал 27.3 мм. Метеорът има ъглова дължина 20°, а неговото изображение, средно взето, има същата ширина и яркост, както следата на звездата Вега ( $\alpha = 18.5h$ ,  $\delta = +38.0^\circ$ ), която попада в същия кадър. Известно е, че метеорното тяло е летяло хоризонтално, започнало е да свети и е угаснало на височина 100 км над земната повърхност.

- Оценете размера на метеорното тяло. Считайте, че 1% от неговата кинетична енергия се превръща в светлина. Скоростта на метеорните частици от роя на Персеидите относно Земята е 59 км/сек. Намалването на скоростта на метеорното тяло в атмосферата да се пренебрегне.

**Решение:** Трековете на Вега и на метеора имат еднаква дебелина и яркост. Това, което ги различава, е ъгловата скорост, с която са се движили обектите, които са ги породили. Ъгловата скорост на Вега е:

$$\omega_V = \omega_0 \cdot \cos \delta = 5.75 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

където  $\omega_0$  е ъгловата скорост на въртене на небесната сфера.

При определяне на ъгловата скорост на метеора вземаме предвид това, че той се е наблюдавал в зенита и е летял перпендикулярно на лъча на зрение:

$$\omega_M = \frac{v}{h} = \frac{59 \text{ km/s}}{100 \text{ km}} = 0.59 \text{ s}^{-1}$$

където  $v$  е линейната скорост на метеорното тяло, а  $h$  е височината на метеора.

Виждаме, че ъгловите скорости на Вега и на метеора се различават на 4 порядъка. Въпреки това те са оставели еднакви по ширина и плътност следи.

Следователно осветеността на всеки пиксел от изображението на метеора и на трека на Вега е право пропорционална на ъгловата скорост на двете светила. Тогава, от отношението на осветеностите, може да намерим видимата звездна величина на метеора:

$$m_M = m_V - \lg \frac{\omega_M}{\omega_V} = -10^m$$

За определяне на осветеността от метеора използваме слънчевата константа и абсолютната звездна величина на Слънцето:

$$J_M = J_0 \cdot 10^{-0.4(m_M - m_0)} = 1.14 \cdot 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Времето, през което метеорът излъчва светлинна енергия, получаваме от ъгловия размер и ъгловата скорост на метеора:

$$\Delta t = \frac{\alpha_M}{\omega_M} = \frac{20^\circ / 57^\circ \cdot 3}{0.59} = 0.6 \text{ s}$$

Пълният поток енергия от метеора на единица площ е:

$$F = J_M \cdot \Delta t = 6.84 \cdot 10^{-5} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$$

Тогава пълната светлинна енергия, излъчена от метеора е:

$$E_M = 4\pi h^2 \cdot F \approx 8.6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Кинетичната енергия на метеорното тяло преди навлизането в атмосферата е била 100 пъти по-голяма:

$$E_{0M} = 100 \cdot E_M \approx 8.6 \cdot 10^8 \text{ J}$$

От кинетичната енергия получаме оценка за масата  $m$  на метеорното тяло:

$$E_{0M} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow m = \frac{2E_{0M}}{v^2} \approx 0.5 \text{ kg}$$

Изразяваме масата чрез радиуса и плътността:

$$m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \Rightarrow R = \left( \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{m}{\rho} \right)^{1/3} \approx 0.05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

При пресмятането на радиуса приехме, че плътността е приблизително  $1 \text{ g/cm}^3$  защото метеорният поток Персеиди е породен от комета ( кометата 109P/Swift–Tuttle) и плътността на частиците е сравнима с плътността на леда или по-малка.)

Следователно размерът на метеорното тяло е около 10 cm.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилен подход при определянето на блясъка на метеора – 5 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За определяне на енергията, излъчена от метеора – 3 т.

За правилен метод за пресмятане на масата на метеорното тяло – 4 т.

За правилно предположение за плътността на метеорното тяло – 1 т.

За правилна числена оценка за масата – 1 т.

**Задача 4 Странният астероид.** Един астероид се движи по елиптична орбита около Слънцето, в равнината на еклиптиката. При възможно най-близкото преминаване на астероида до Земята, неговата звездна величина за земния наблюдател е  $7.22^m$ . Следващата опозиция на астероида се наблюдава след 2 години и половина, като тогава неговата звездна величина за нас е  $11.54^m$ .

• А) Намерете орбиталния период на астероида и голямата полуос на орбитата му;

- Б) Определете ексцентрицитата на орбитата на астероида.
- В) Ако е известно, че повърхността на астероида, има сходни свойства с тази на Луната, то намерете радиуса му.
- Г) За колко време астероидът би пресякал диаметъра на диска на Юпитер при наблюдение от Земята, в момента в който астероидът се намира максимално близо до нашата планета.

Приемаме, че орбитата на земята е кръгова.

### Решение:

А) Тъй като интервалът от време между две последователни опозиции на астероида е 2.5 години, то на толкова е равен синодичният му период  $T_{SIN}$ . Ако  $T$  и  $T_3$  са орбиталните периоди, съответно на астероида и Земята, то можем да запишем следното равенство:

$$\frac{1}{T_{SIN}} = \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T}$$

Отгук:

$$T = \frac{T_{SIN} \cdot T_3}{T_{SIN} - T_3} = \frac{5}{3} \text{ години}$$

Голямата полуос на орбитата а намираме, използвайки третия закон на Кеплер, записан за Слънчевата система:

$$a[AU]^3 = T[\text{г}]^2$$

Следователно:  $a \approx 1.41 \text{ AU}$ .

Б) Възможно най-голямото сближаване между Земята и астероида се получава, когато той се намира едновременно в опозиция, относно нашата планета и е в перихелия на своята орбита. Ако е е търсеният ексцентрицитет на орбитата му, то перихелийното и афелийното разстояние са:

$$r_{\Pi} = a(1 - e)$$

$$r_A = a(1 + e)$$

Следователно съответните разстояния до Земята са:

$$r_1 = r_{\Pi} - 1 \text{ AU}$$

$$r_2 = r_A - 1 \text{ AU}$$

Нека да оозначим осветеностите, които астероидът създава въвху Земята, в двете положения с  $E_1$  и  $E_2$ . Понеже, в двете положения единствените величини, които се променят са разстоянието между астероида и Слънцето и разстоянието астероид-Земя, то за да сравним двете осветености, трябва да отчетем влиянието само на тези два фактора. Следователно, за отношението на осветеностите можем да запишем следното равенство:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \cdot \frac{r_A^2}{r_{\Pi}^2} = \frac{[(1+e)a - 1AU]^2 (1+e)^2}{[(1-e)a - 1AU]^2 (1-e)^2} = 10^{0.4(m_2 - m_1)} \approx 53.5$$

Нека да означим с  $X$  полученото съотношение. След преработка на горния израз, получаване следното квадратно уравнение:

$$ae^2(1 - \sqrt{X}) + e(2a - 1)(1 + \sqrt{X}) + (a - 1)(1 - \sqrt{X}) = 0$$

Отгук намираме решение  $e \approx 0,192$ .

В) Означаваме звездната величина на пълната Луна с  $m_L = 12^m.7$ , а осветеността, която тя създава върху нас с  $E_L$ . От закона на Погсон можем да намерим:

$$\frac{E_L}{E_1} = 10^{0.4(m_1 - m_L)} \approx 9.3 \cdot 10^7$$



Казано е, че свойствата на повърхността на астероида и Луната са сходни, поради което можем да приемем, че те имат едно и също албедо. Нека с  $R_L$  да означим радиуса на Луната, а с  $R$  търсения радиус на астероида. За осветеностите, които те създават върху Земята можем да запишем:

$$E_1 \sim \frac{1}{r_1^2} \cdot \frac{R^2}{r_{\Pi}^2} \quad \text{и} \quad E_L \sim \frac{1}{(1AU)^2} \cdot \frac{R_L^2}{r_{3-L}^2}.$$

Оттук следва, че:

$$\frac{E_L}{E_1} = \frac{R_L^2}{R^2} \cdot \frac{r_1^2}{r_{3-L}^2} \cdot \frac{r_{\Pi}^2}{(1AU)^2}$$

Следователно:

$$R = \sqrt{\frac{E_1}{E_L} \cdot \frac{r_1}{r_{3-L}} \cdot \frac{r_{\Pi}}{1AU}} R_L \approx 10.9 \text{ km}$$

Г) Скоростта на астероида, в момента в който той се намира в перихелия на орбитата си е:

$$V_{\Pi} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Сл}}{a}} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \approx 37.1 \text{ km/s}$$

Скоростите на Земята и Юпитер по техните орбити са съответно:

$$V_3 = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Сл}}{r_3}} \approx 29.82 \text{ km/s}$$

$$V_{Ю} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{Сл}}{r_{Ю}}} \approx 13.10 \text{ km/s},$$

където  $r_{Ю}$  е радиусът на юпитеровата орбита.

Виждаме, че линейната скорост на Земята е по-малка от тази на астероида. Това означава, че гледано от нашата планета, по време на опозицията си, той няма да извършва ретроградно движение, т.е. ще се движи от запад на изток, на фона на звездите. Скоростта на Юпитер, разбира се, е по-малка от земната. Следователно, за земен наблюдател, в този момент, той ще се движи от изток на запад (ретроградно движение).

Видимите ъглови скорости на астероида и Юпитер, относно нашата планета са:

$$\omega_A = \frac{V_{\Pi} - V_3}{r_1} \approx 0.074''/s$$

$$\omega_{Ю} = \frac{V_3 - V_{Ю}}{r_{Ю} - 1AU} \approx 5.5 \cdot 10^{-3}''/s.$$

За да намерим относителната ъглова скорост на астероида, спрямо Юпитер ( $\omega$ ), ние трябва да съберем двете видими ъглови скорости, защото гледано от нашата планета, те се движат на фона на неподвижните звезди, в две противоположни посоки. Получаваме:  $\omega = \omega_A + \omega_{Ю} \approx 0.079''/s$ .

Видимият ъглов размер на Юпитер, гледано от Земята в този момент е:

$$\delta_{Ю} = \frac{D_{Ю}}{r_{Ю} - 1AU} \approx 47''$$

Оттук намираме, че времето, за което астероидът пресича диаметърът на Юпитер е:

$$t = \frac{\delta_{Ю}}{\omega} \approx 594 \text{ s},$$

Критерии за оценка (Общо – 15m.):

**A) – 2m.**

- за намиране на сидеричния период на астероида – 1m

- за прилагане на третия закон на Кеплер и намиране на голямата полуос – 1m.

**Б) – 4т.**

- за прилагане на закона на Погсон и намиране отношението на осветеностите – 0,5т

- за правилно изразяване на отношението на осветеностите, чрез орбиталните параметри на астероида и Земята – 2т.

- за правилни математически преобразования – 1т.

- за верен числен резултат – 0,5т.

**В) – 4т.**

- за прилагане на закона на Погсон и намиране колко пъти Луната е по-ярка от астероида – 0,5т

- за правилно съобразяване на факторите от които зависи отношението на осветеностите на Луната и астероида – 2т.

- за правилни математически преобразования – 1т.

- за верен числен резултат – 0,5т.

**Г) – 5т.**

- за правилно изразяване на всички линейни скорости и верни числени резултати – 1т.

- за правилно изразяване на ъгловите скорости и верни числени стойности – 1,5т.

- за съобразяване на относителното движение на астероида и Юпитер и намиране на относителната ъглова скорост – 1т.

- за правилен метод за намиране на търсеното време – 1т.

- за верен числен резултат – 0,5т.

**Справочни данни:**

**Звездна величина на Луната в Пълнолуние: - 12.7<sup>m</sup>**

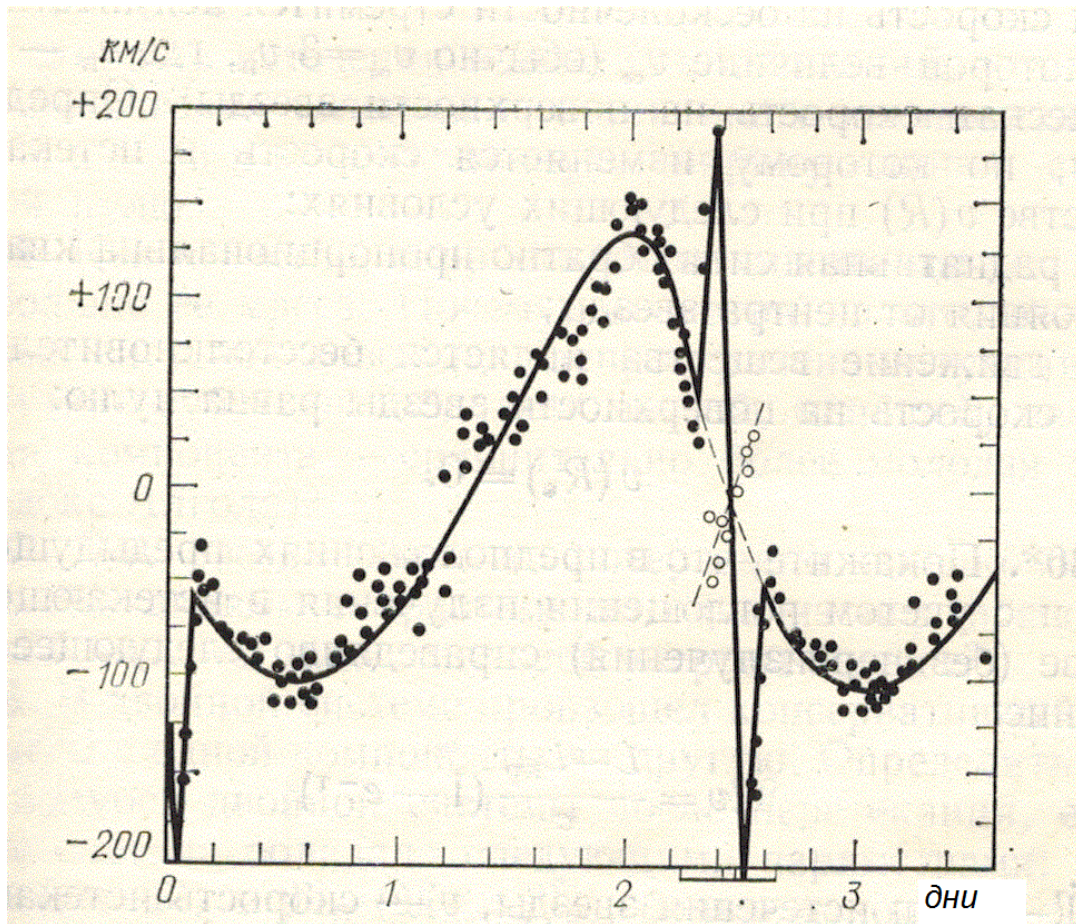
**Радиус на Луната: 1 738 km**

**Разстояние Земя-Луна: 384 000 km**

**1 AU = 149.6 млн. km**

**Радиус на орбитата на Юпитер: 5.2 AU**

**Диаметър на Юпитер: 143 600 km**



### ОСНОВНИ АСТРОФИЗИЧНИ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ЗВЕЗДИТЕ

Спектр клас	Истински цвятове ( $B-V$ ) <sub>0</sub> ( $U-B$ ) <sub>0</sub>			Абсолютни звезд. M <sub>v</sub>				Ефективни темп. T <sub>eff</sub> Светимости L/L <sub>☉</sub>				Маса M/M <sub>☉</sub> Радиус R/R <sub>☉</sub>		
	V	III	Ia	V	III	Ib	Ia	V	III	I	V	III	I	
O5	-0.33	-0.32	-0.31	-5.7	-6.3		-6.8	44500	42500	40300	60		70	
	-1.19	-1.17	-1.17					790000	990000	1100000	12		30	
B0	-0.30	-0.29	-0.23	-4.0	-5.1	-6.1	-6.9	30000	29000	26000	17.5	20	25	
	-1.08	-1.08	-1.05					52000	110000	260000	7.4	15	30	
B5	-0.17	-0.17	-0.08	-1.2	-2.2	-5.4	-7.0	15400	15000	13600	5.9	7	20	
	-0.58	-0.58	-0.76					830	1800	52000	3.9	8	50	
A0	-0.02	-0.03	0.02	0.6	0.0	-5.2	-7.1	9520	10100	9700	2.9	4	16	
	-0.02	-0.07	-0.44					54	106	35000	2.4	5	60	
A5	0.15	0.15	0.09	2.0	0.7	-5.1	-7.4	8200	8100	8510	2.0		13	
	0.10	0.11	-0.10					14	43	35000	1.7		60	
F0	0.30	0.30	0.17	2.7	1.5	-5.1	-8.0	7200	7150	7700	1.6		12	
	0.03	0.08	0.15					6.5	20	32000	1.5		80	
F5	0.44	0.43	0.31	3.5	1.6	-5.1	-8.0	6440	6470	6900	1.4		10	
	-0.02	0.09	0.27					3.2	17	32000	1.3		100	
G0	0.58	0.60	0.75	4.4	1.0	-5.0	-8.0	6030	5850	5550	1.05	10	10	
	0.06	0.21	0.52					1.5	34	30000	1.1	6	120	
G5	0.68	0.86	1.03	5.1	0.9	-4.6	-7.9	5770	5150	4850	0.92	1.1	12	
	0.20	0.56	0.82					0.79	43	29000	0.92	10	150	
K0	0.81	1.00	1.25	5.9	0.7	-4.3	-7.7	5250	4750	4420	0.79	1.1	13	
	0.45	0.84	1.18					0.42	60	29000	0.85	15	200	
K5	1.15	1.50	1.60	7.4	-0.2	-4.4	-7.5	4350	4000	3850	0.67	1.5	13	
	1.08	1.81	1.80					0.15	220	38000	0.72	25	400	
M0	1.40	1.56	1.67	8.8	-0.4	-4.5	-7.0	3850	3800	3650	0.51	1.2	13	
	1.22	1.87	1.90					0.077	330	41000	0.60	40	500	
M5	1.64	1.63	1.60	12.3	-0.5	-4.8	-6.8	3240	3330	2800	0.21		24	
	1.24	1.58	1.60					0.011	930	300000	0.27			